

## A UTILIZAÇÃO DO MATERIAL CONCRETO NO ENSINO DOS PRODUTOS NOTÁVEIS

Orientando: José Emanuel Garcia BUENO<sup>1</sup>  
Orientadora: Prof. MSc. Angela Cristina BONINI<sup>2</sup>

### RESUMO

*O presente artigo vem apresentar um trabalho, realizado sob uma perspectiva construtivista, aplicado a uma série de oitavo ano do Ensino Fundamental, tendo como base de pesquisa a disciplina de Matemática, principalmente o campo de ensino da álgebra. O trabalho tem como objetivo obter algumas melhorias com relação à aprendizagem em sala de aula sobre conteúdo dos produtos notáveis, tomando como problema de pesquisa a relação entre abstração e operações concretas e a tão importante apropriação do conhecimento. Os referenciais teóricos utilizados foram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o Currículo Oficial do Estado de São Paulo de Matemática e também as obras dos autores Jean Piaget e Maria Montessori, estudiosos cujo pensamento construtivista centraram-se no desenvolvimento humano e da aprendizagem, além do trabalho das autoras Maria Ignez de Souza Vieira Diniz e Eliane Reame de Souza, que aliado à obra do matemático George Polya, foram de suma importância para o desenvolvimento teórico e prático desta pesquisa.*

### PALAVRAS-CHAVE

*Apropriação; Construtivista; Abstração; Ensino; Álgebra.*

#### 1. Introdução

Todo o processo de ensino da Matemática, nas turmas de oitavo ano, tem como foco introduzir a linguagem algébrica no cotidiano escolar dos alunos. Essa linguagem, por sua vez, é de suma importância para o desenvolvimento pleno do conhecimento matemático por parte desses indivíduos. A álgebra atua como linguagem generalizadora na tentativa de estabelecer padrões e, assim, facilitar os cálculos, e mesmo tendo sido criada com a intenção de auxiliar, o seu impacto, na maioria das vezes, causa muito transtorno aos alunos, pois é a partir da sua introdução no currículo que muitos abandonam de vez a vontade de entender a Matemática e desanimam, repetindo frases

---

<sup>1</sup> Graduando em Matemática – FIRA – Faculdades Integradas Regionais de Avaré – 18700-902 – Avaré - SP – Brasil – matematicando02@hotmail.com

<sup>2</sup> Departamento de Matemática - FIRA - Faculdades Integradas Regionais de Avaré - 18700-902 – Avaré - SP-Brasil - angelabonini@hotmail.com

como: “Eu até gostava da Matemática, mas agora que entraram essas letras tudo ficou chato”.

Essas reclamações dos alunos, principalmente no oitavo ano, por um lado são compreensíveis, visto que até alguns especialistas no ensino da álgebra afirmam que “Quase todo o trabalho nesta série é considerado abstrato e difícil, tanto para os alunos como para os professores”. (SOUZA; DINIZ, 2003, p.02).

De fato, tudo isso acaba atingindo não somente os alunos, mas também os professores, pois um dos grandes desafios enfrentados pelos docentes hoje em dia é conduzir os alunos por caminhos que possibilitem a estes se desenvolverem, buscando e construindo um conhecimento que lhes permita assim superar suas dificuldades por conta própria. Trazendo todo esse pensamento para a Matemática, de forma mais específica para o ensino da álgebra, a questão que se coloca aos docentes é a seguinte: de que forma é possível tornar todo esse conteúdo abstrato e difícil em algo mais fácil e produtivo, facilitando assim um progresso dos discentes?

Com todos esses questionamentos em mente, em uma tentativa de encontrar alternativas que possibilitem aos professores trabalhar esse conteúdo de uma maneira mais prática, a proposta dessa pesquisa foi realizada tomando como base o conteúdo dos produtos notáveis estudado nesta série, pensando em tornar todo esse trabalho difícil e abstrato em algo mais concreto, contemplando, desta forma, um trabalho mais construtivo, com o intuito de obter, assim, algumas melhorias no processo de ensino-aprendizagem.

## **2. Referencial teórico**

Tomamos como base para a construção de uma melhor forma de ensinar a ideia de que “A atividade matemática escolar não é ‘olhar para coisas prontas e definitivas’, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno”. (BRASIL/MEC, 1998, p.19). É evidente que a importância da construção do conhecimento por parte do próprio indivíduo é muito grande, pois somente observar o que já foi feito não é o bastante, é preciso também que o sujeito comece a interagir através de experiências que possam ajudá-lo na criação de um modelo próprio de pensar, fazendo, assim, com que aconteça a tão importante apropriação do conhecimento. No entanto, quando atentamos nosso olhar para o conteúdo algébrico, trabalhado no oitavo ano, podemos perceber que

na maioria das vezes o mesmo não é trabalhado de modo produtivo. De acordo com Souza e Diniz (2003, p. 02),

[...] o conteúdo é apresentado numa sequência rígida de regras que precisam ser aprendidas numa certa ordem, pois acreditamos que cada uma delas depende das anteriores. Assim, só trabalhamos fatoração depois das operações entre monômios, binômios e polinômios, e as equações fracionárias após as equações mais simples e todas as regras de fatoração.

E quando iremos aplicar tudo isso? Nas séries seguintes na resolução de equações do 2º grau e para a simplificação de expressões com frações algébricas.

Este distanciamento no tempo, entre as regras de manipulação e suas aplicações gera a ideia de que a álgebra da sétima série é apenas uma linguagem que não serve para nada, o que resulta na simples memorização por curto espaço de tempo e, conseqüentemente, em baixa aprendizagem.

Toda essa abordagem citada acima retrata uma realidade em que os alunos são sujeitos a uma sequência de regras, todavia acabam por não entender nada do que estão estudando, dificultando a apropriação do conhecimento e acarretando muitos outros problemas no processo de ensino, além, é claro, de colocar toda a formação matemática do indivíduo em risco.

Segundo Piaget (1972, p.32). “O ideal da educação, não é aprender ao máximo, [...], mas é antes de tudo aprender a aprender; é aprender a se desenvolver e aprender a continuar a se desenvolver depois da escola”.

E para que isso aconteça é importante que o indivíduo seja livre para fazer as suas próprias descobertas enquanto aluno. Essa ideia de liberdade é um fator essencial para o desenvolvimento da independência, o que é também muito importante no ato de aprender Matemática. Segundo Montessori (1964) citada por Lillard (2017, p. 47), “Ninguém pode ser livre se não for independente: portanto, as primeiras manifestações ativas da liberdade individual da criança devem ser guiadas de forma que, por meio de sua atividade, ela possa chegar à independência”.

Essa maneira de ensinar, guiando os alunos através de atividades e permitindo que estes descubram o porquê daquilo que estão aprendendo, ou melhor ainda, demonstrando de maneira concreta o que é aquilo, é de suma importância, visto que, na maioria das vezes, esses alunos não encontram sentido em algo que já vem pré-determinado ou concluído, e acabam por perder o senso crítico e a capacidade de interpretar as coisas. Por outro lado, essa liberdade dada ao aluno pelo professor não deve ser aquela em que o aluno é deixado totalmente sem assistência, em tudo tem que haver certo equilíbrio. Consoante às afirmações de Polya (1978, p. 01):

O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho.

Ao analisarmos o conteúdo dos produtos notáveis podemos perceber que é um conteúdo algébrico, mas que também possibilita o uso da geometria em sua explicação, se tornando, portanto, mais palpável na explanação em sala ao estabelecer a relação entre o que é concreto e o que é abstrato. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) nos demonstram que

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados. (BRASIL/MEC, 1998, p. 19)

### **3. Procedimentos metodológicos**

A pesquisa foi realizada numa escola da rede estadual, mais especificamente em uma sala de oitavo ano do Ensino Fundamental, tendo início no dia 29 de maio de 2019. O roteiro de pesquisa foi constituído a partir de cinco passos:

#### **1º - Coleta inicial de dados.**

Para coleta inicial dos dados, foi utilizada como ferramenta de sondagem uma lista de exercícios elaborada de acordo com as habilidades contempladas no caderno do professor do Estado de São Paulo, referente ao conteúdo de produtos notáveis. A aplicação da lista de exercícios (sondagem) ocorreu durante o período de duas aulas, os alunos resolveram os exercícios em sala e individualmente. Tudo foi realizado no dia 29 de maio a um total de 28 alunos que estavam presentes em tal data; após a coleta, os dados obtidos foram analisados, corrigidos e organizados em uma tabela com indicadores de questão, item e porcentagem de acertos.

## **2º - Correção com os alunos.**

Nos dias 30 e 31 de maio foi realizada a correção da lista de sondagem em sala de aula com os alunos, prática feita com o intuito de mostrar aos alunos o que era esperado da parte deles com relação à resolução de cada exercício. Também foi uma excelente forma de sentir o ambiente de sala, o ritmo e a participação de cada aluno, pois ao resolver cada exercício, eles eram instigados com perguntas sobre o problema em questão. Essas perguntas foram elaboradas após a análise da primeira lista de exercícios, com o intuito de descobrir como cada aluno pensava para resolver cada exercício, e com isso, descobrir o que estava ocasionando tantos erros. Enfim, essa foi uma excelente maneira de receber respostas e mais informações sobre o que de fato eles sabiam.

## **3º - Trabalho com os alunos que apresentaram maior dificuldade.**

Nos dias 10 e 11 de junho, depois de um longo período de análise dos resultados da sondagem, a proposta de trabalho enfim começou a se concretizar. Devido a essa análise e também as afirmações dos alunos foi possível identificar algumas dificuldades, principalmente relacionadas a princípios básicos como por exemplo: O que é a área do quadrado? E como se representa algebricamente essa área? Portanto em paralelo aos horários das aulas de Matemática, foram realizadas, com os 8 alunos que apresentaram essas dificuldades duas aulas práticas com duração de 50 minutos cada uma que abordavam o conteúdo, mas de uma maneira diferente, voltada mais especificamente às dificuldades dos alunos; esse era objetivo dessas aulas. Com isso foi de extrema importância trabalhar a demonstração geométrica dos produtos notáveis utilizando o material concreto, possibilitando aos alunos manusear as formas geométricas e, por meio desse contato, estabelecerem comparações e com isso compreenderem melhor suas dúvidas realizando análises sobre o que de fato acontece quando se desenvolve um produto notável. Essas atividades foram feitas pelos alunos manualmente na intenção de proporcionar através da resolução de problemas oportunidades para que ocorresse a tão importante apropriação do conhecimento.



Imagem 1: Apresentação do material.



Imagem 2: Aluno tendo o primeiro contato com o material.

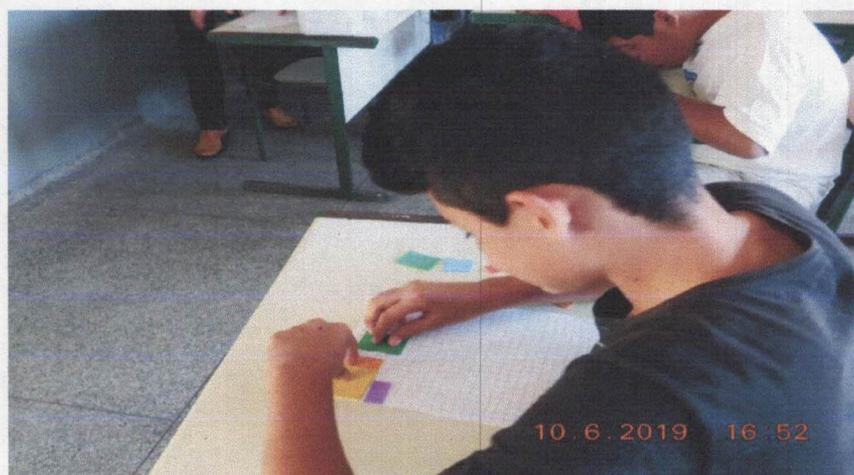


Imagem 3: Aluno manipulando o material e fazendo as primeiras comparações.

#### **4º- Extensão do trabalho, agora com toda a sala.**

No dia 12 de junho, o trabalho inicialmente feito apenas com os alunos que apresentaram mais dificuldade foi realizado também com os demais alunos da sala, e a proposta também foi bem aceita pelos outros alunos, pois muitos ali tinham somente assistido às aulas e decorado o conteúdo, mas ainda não compreendiam quais os motivos daqueles padrões, como o quadrado do primeiro mais duas vezes o primeiro vezes o segundo mais o quadrado do segundo, e porque aquilo era chamado quadrado da soma de dois termos. Quando se depararam com a demonstração geométrica, foi possível notar uma mudança de comportamento por parte da maioria dos alunos, alguns ficaram espantados e ainda não entendiam como aquelas letras poderiam representar formas geométricas, mas depois que puderam manipular o material e as formas e realizaram suas comparações tudo começou a fazer sentido.



Imagem 4: Demonstração geométrica do quadrado da soma de dois termos.

#### **5º- Coleta final dos dados para análise dos resultados do projeto.**

No dia 13 de junho aconteceu o encerramento da pesquisa, com uma última coleta de dados efetuada através de uma lista de exercícios, para análise dos resultados finais do projeto. Os dados obtidos serão expostos em forma de tabela com indicadores de questão, item e porcentagem de acertos por item, com vistas a facilitar uma comparação final dos resultados do projeto.

#### 4. Resultados e discussões

Os dados coletados no início da pesquisa foram obtidos através da aplicação de uma lista de exercícios com 20 itens a um total de 28 alunos no período de duas aulas, e o conteúdo cobrado na lista exigia que os alunos mostrassem algum conhecimento com relação aos produtos notáveis. Os resultados obtidos nesta primeira coleta e apresentados na tabela abaixo deixam claro que, na maioria dos itens cobrados, a porcentagem de acertos foi inferior a 30% e isso evidencia um baixo desempenho dos alunos, o que é consequência de um déficit na aprendizagem.

Tabela com os resultados da primeira coleta de dados:

Questão	Item	Porcentagem de acertos
1	A)	7,14 %
1	B)	0,00 %
2	A)	25,00 %
2	B)	25,00 %
2	C)	17,85 %
2	D)	14,28 %
2	E)	14,28 %
3	A)	17,85 %
3	B)	17,85 %
3	C)	0,00 %
3	D)	3,57 %
4	A)	32,14 %
4	B)	28,57 %
4	C)	3,57 %
5	A)	14,28 %
5	B)	3,57 %
6	A)	57,14 %
6	B)	7,14 %
6	C)	39,28 %
6	D)	10,71 %

Tabela 1: Avaliação diagnóstica

Após o desenvolvimento do projeto nesta série os resultados finais obtidos mostraram uma melhora significativa em relação à primeira coleta, visto que a lista final com 10 itens foi aplicada a um total de 27 alunos no período de uma aula, e a porcentagem de acerto por item em todos os casos foi superior a 30%. Tomando como parâmetro a primeira tabela, a melhora torna-se visível.

Tabela com os resultados da coleta de dados final:

Questão	Item	Porcentagem de acertos
1	A)	44,44 %
1	B)	59,25 %
1	C)	48,14 %
2	A)	66,66 %
2	B)	59,25 %
2	C)	44,44 %
3		44,44 %
4	A)	62,96 %
4	B)	59,25 %
4	C)	44,44 %

Tabela 2: Avaliação

### 5. Considerações finais

De modo geral, a análise dos dados e a comparação das tabelas mostram que o trabalho realizado conseguiu certo êxito com relação aos resultados anteriores; alguns aspectos importantes ficaram evidenciados através dos dados, como, por exemplo, a importância do contato dos alunos com o material estudado e o quanto isso interfere na aprendizagem e auxilia na apropriação e produção do conhecimento. Assim como afirma Polya (1978, p.10). “Para nos convenceremos da presença ou da qualidade de um objeto, desejamos vê-lo e tocá-lo.” No entanto, mesmo depois do trabalho ter sido realizado com sucesso isso não quer dizer que as melhorias alcançadas irão permanecer para sempre, pois com o passar do tempo, se essa prática pedagógica não tiver continuidade em outros temas ou até mesmo nesse assunto, os alunos irão acabar retornando à estaca zero. Por isso é importante que pesquisemos mais sobre este assunto, propondo novas e atrativas estratégias metodológicas e verificando em estudos os resultados de tais práticas diferenciadas, pois a dificuldade de abstrair dos alunos é só uma entre tantas outras que podem ser melhoradas com o auxílio dos materiais e com a prática de um ensino que se preocupe realmente com a apropriação do conhecimento e não somente com os resultados.

## 6. Bibliografia

BRASIL. Ministério da educação e do Desporto, Secretaria de educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília. MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Governo do Estado de São Paulo. Secretaria da Educação. **Currículo Oficial do Estado de São Paulo: Caderno do professor: Matemática**. São Paulo, 2008.

LILLARD, Paula. **Método Montessori: uma introdução para pais e professores**. Trad. Sonia Augusto. São Paulo: Manole, 2017. 176 p. Título original: Montessori: a modern approach.

PIAGET, Jean. **A Epistemologia genética**. 2 ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1972.

POLYA, George. **A arte de Resolver Problemas**. Editora Interciência, 1978.

SOUZA, Eliane Reame; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. **Álgebra: das variáveis às equações e funções - Vol. 5**. IME-USP, 2003.

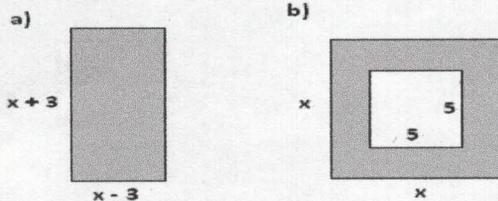
NOME:

DATA:

SÉRIE:

### AVALIAÇÃO 1 - PRODUTOS NOTÁVEIS

1 - Para cada figura, escreva uma expressão reduzida (**simplificada**) que represente a medida da área colorida:



2 - Algumas potências e multiplicações de números podem ser resolvidas com os produtos notáveis. Veja:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(105)^2 = (100 + 5)^2 = 100^2 + 2 \cdot 5 \cdot 100 + 5^2 = 10000 + 1000 + 25 = 11025$$

$$(47)^2 = (50 - 3)^2 = 50^2 - 2 \cdot 3 \cdot 50 + 3^2 = 2500 - 300 + 9 = 2209$$

$$35 \cdot 25 = (30 + 5) \cdot (30 - 5) = 30^2 - 5^2 = 900 - 25 = 875$$

Usando esses padrões, determine o resultado das operações a seguir.

a)  $23^2 = (20 + 3)^2 =$

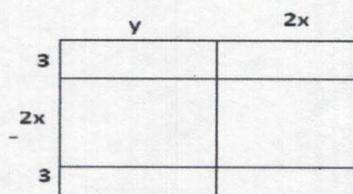
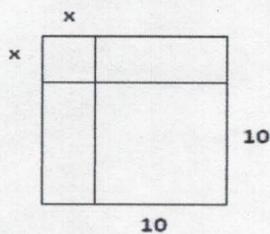
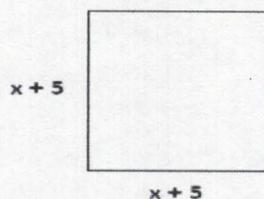
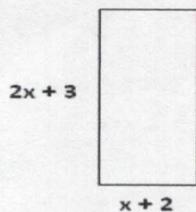
b)  $31^2 = (30 + 1)^2 =$

c)  $38^2 =$

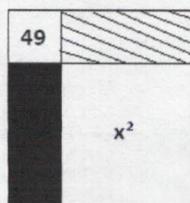
d)  $29 \cdot 31 =$

e)  $102 \cdot 98 =$

3 - Nos retângulos abaixo, as medidas estão indicadas numa mesma unidade de comprimento. Determine a expressão algébrica que representa a área de cada um desses retângulos.



4 - Observe que, na figura, a área de um quadrado é  $x^2$  e a área do outro quadrado é 49:



a) Qual a área do retângulo hachurado (riscado)?

b) Qual a área do retângulo colorido (preto)?

c) Qual a área total da figura?

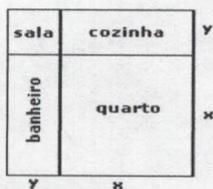
5 - Bruno realizou a multiplicação:  $(2x + 3)(2x + 3) = 4x^2 + 9$

Observando o que Bruno fez em seu caderno, responda:

- Ele acertou a multiplicação de polinômios? Tente entender e escreva o que ele fez.
- Represente os polinômios como medidas de um quadrado e calcule a área desse quadrado.

6 - O desenho representa a planta de uma pequena casa construída sobre um terreno.

Indique o que representam as expressões:



- $x^2$
- $2xy$
- $y^2$
- $(x + y)^2$

NOME:

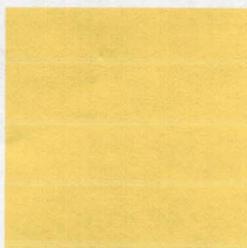
SÉRIE:

DATA:

## AVALIAÇÃO 2 - PRODUTOS NOTÁVEIS

1- Observe os quadrados abaixo.

A)



$x + 4$

B)



$x$

C)



$x - 3$

Agora calcule em cada um dos casos a área da figura.

A) R: \_\_\_\_\_

B) R: \_\_\_\_\_

C) R: \_\_\_\_\_

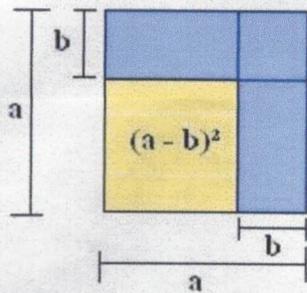
2- Desenvolva os produtos notáveis abaixo:

$$(a + b)^2 =$$

$$(a - b)^2 =$$

$$(a + b) \cdot (a - b) =$$

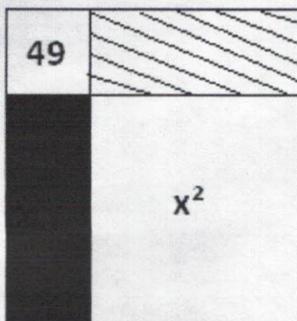
3- Observe a figura e responda.



Essa figura representa geometricamente qual produto notável?

- (A) diferença entre dois quadrados.
- (B) quadrado da soma de dois termos.
- (C) quadrado da diferença de dois termos.
- (D) soma de cubos.

4- Observe que, na figura, a área de um quadrado é  $x^2$  e a área do outro quadrado é 49:



- a) Qual a área do retângulo hachurado (riscado)?
- b) Qual a área do retângulo colorido (preto)?
- c) Qual a área total da figura?